

# FLIPを用いた有効応力解析に基づく液状化解析

## INTRODUCTION OF LIQUEFACTION ANALYSIS BASED ON EFFECTIVE STRESS ANALYSIS BY USING FLIP

佐藤誠一\*・大角恒雄\*・田中 弘\*\*・甲羽智武\*\*\*

Seiichi SATO, Tsuneo OHSUMI, Hiroshi TANAKA and Tomotake KOUHA

The purposes of this paper are to introduce FLIP that is finite element analysis of liquefaction program, also to introduce research activities as organizer of a society for the study of FLIP.

As a part of our research, results from parametric studies indicate that deformation is different from each other caused by parameters to be undecided from soil testing. In particular, it is very different from each other caused by Rayleigh damping. Based on result of parametric study, we studied results of analysis by using Rayleigh damping.

These results lead to three conventional methods of choosing Rayleigh damping.

- 1) A method using waveform of seismic ground motion
- 2) A method using maximum relative displacement
- 3) A method using primary natural period

*Key Words*: FLIP, effective stress analysis, liquefaction, parametric study

### 1. はじめに

平成9年度に運輸省港湾技術研究所より公開されたFLIP(Finite element analysis of Liquefaction Program)は有効応力解析に基づく液状化解析プログラムである。FLIPの改良・機能拡張を図るとともに高度な利用技術の研究を行い、耐震技術の向上とその普及を図ることを目的に、平成9年4月にFLIP研究会が発足した。今後、運輸省発注の耐震関連業務がFLIPによる液状化検討を必要とすることもあり、弊社(開発研究部、地盤構造部、空港・港湾部)でも民間57社とともにFLIP研究会に平成9年度から加入し、企画委員として活動を行っている。

本報告では、FLIPの概要紹介、および平成9年度からFLIP研究会企画委員として行った活動の概要を述べるとともに、その研究成果に基づき、FLIPを液状化検討に適用する上でのパラメータ設定法等の諸注意をまとめたものである。

### 2. FLIPとは

液状化検討に用いられる主な方法としては、以下の4通

りが挙げられる。

- (a) 地盤情報に基づく液状化の可能性予測
- (b) 簡易法による一次元地盤の液状化危険度予測およびそれに基づく地盤・構造物の挙動予測
- (c) 全応力解析による一次元および多次元地盤の液状化危険度予測およびそれに基づく地盤・構造物挙動予測
- (d) 有効応力解析による地盤・構造物の挙動予測

本報告で述べるFLIPは、(d)に属する詳細な液状化検討方法として位置付けられるものである。

FLIPでは飽和砂の力学モデルとして有効応力モデルを用いている。有効応力モデルを規定するモデルは種々存在するが、砂の変形特性を規定するモデルとして東畑・石原による多重せん断機構に基づくモデル<sup>1)</sup>(図-1)を、過剰間隙水圧の上昇を規定するモデルとして非排水条件下における有効応力経路を図-2に示すような液状化フロント<sup>2)</sup>(井合モデル)を適用し、砂の変形特性を規定している。

多重せん断機構に基づくモデルでは、任意方向のせん断面において仮想的な単純せん断ばねの作用があるものとし、これらのせん断ばねの作用の結果、土全体のせん断抵抗が発揮されるものとしている。また、せん断ばねの特性を表現するモデルとしては双曲線モデルを適用している。

\* 中央研究所 開発研究部

\*\* 中央研究所 開発研究部(元 首都圏事業部地盤構造部)

\*\*\* 首都圏事業部 空港・港湾部

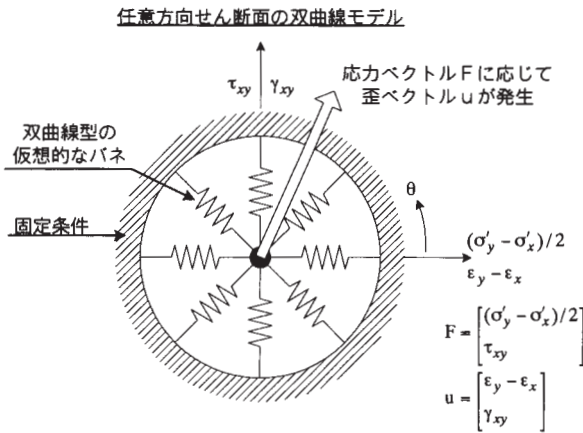


図 - 1 多重せん断ばねモデル概念図

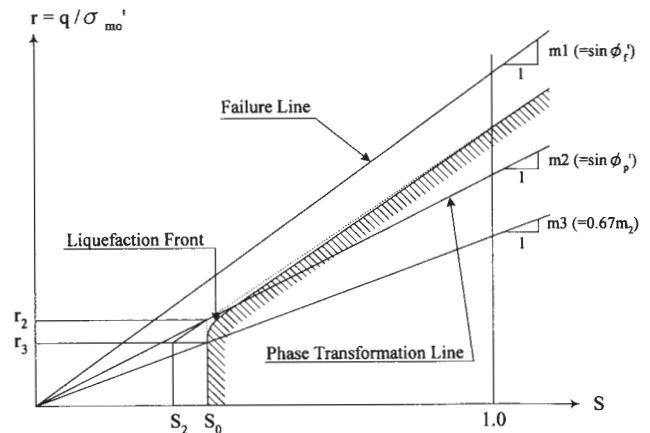


図 - 2 過剰間隙水圧モデルを規定する液状化フロント

表 - 1 FLIPの主な基本機能と改良・機能拡張された項目

分類	FLIP Ver3.3 (公開版) の基本機能	FLIP Ver4.2 (研究会版) において改良・拡張された機能
要素種類	流体要素、線形曲げせん断はり要素、線形平面要素、間隙水要素、マルチスプリング要素、ジョイント要素、線形ばね要素、節点集中質量要素、ダンパー要素、側方粘性境界要素、底面粘性境界要素、流体一構造連成面要素	・非線形はり要素 (バイリニアモデル、M~phi 方式、M~P~phi 方式) ・非線形ばね要素 (バイリニアモデル、ユーザー定義による非線形弾性) の追加
要素関係	・要素奥行幅：単位幅 ・マルチスプリング要素安定化のためのパラメータ AA, BB の導入 (手動入力) ・積分手法：1x1、2x2	・要素奥行幅：任意設定可能 ・AA, BB の自動決定 ・積分手法：SRI 法の導入
減衰	・履歴減衰 (非線形要素) ・粘性境界 ・ダンパー要素 ・レーレー減衰 (alpha M + beta K)：全材料同一値	各材料につき、個別にレーレー減衰を設定可能
築堤解析機能	未対応	簡易築堤解析機能 (2段階) 対応要素：マルチスプリング要素、線形平面要素、線形ばね要素、非線形はり要素、非線形ばね要素
入出力関係	・入出力ファイル：手動作成 ・GSVIEW (Postscript ファイル) による図化	・入出力データ簡易作成システム：FLIPGEN ・要素シミュレーション：FLIPSIM の導入により、容易に解析を実行可能

つまり、本モデルは、双曲線モデルにより非線形特性を規定された任意数のせん断ばねを等角度に配置したものと考えることができる。

液状化フロントは、有効拘束圧力  $\sigma'_m$  と偏差応力  $q$  をそれぞれ初期有効拘束圧  $\sigma'_{m0}$  で正規化した、

- ・非排水かつ全拘束圧力一定の条件下において  $\sigma'_m / \sigma'_{m0}$  に一致する状態変数  $S$
- ・せん断応力比  $r = q / \sigma'_m$

で定義される座標系を用い、また、それを規定するパラメータは、液状化層を対象とした繰り返し三軸試験等室内試

験より求まる液状化強度曲線、およびFLIPを用いて行う要素シミュレーションより決定される。

### 3 . FLIP企画委員会の活動概要

- 前述のようにFLIP研究会企画委員会の活動目的として、
- 改良・機能拡張
  - 高度な利用技術の研究

が挙げられている。

具体的な研究会の活動としては、(a)改良・機能拡張に関しては、表 - 1 に示すような事項を整備し、現在FLIP

Ver.4.2(研究会版)がFLIP研究会に所属する企業に配布されている。

また、(b)高度な利用技術の研究に関しては、有限要素分割の大きさ、要素積分法、積分時間間隔、減衰パラメータ等の土質試験からは定まらないパラメータが解析結果に及ぼす影響を把握するために、実地震により被害の生じた地盤を対象とした1次元および2次元の解析モデルを用い、感度解析を実施した。さらに、実務での適用性が検証されている現行のFLIPの解析モデルが、重力式岸壁に代表される港湾構造物がほとんどであることから、その他の構造物に対するFLIPの適用性を検討するために、盛土構造物およびSCP改良地盤を対象とした同様の感度解析を実施した。

次章以降に、感度解析およびFLIPの解析モデルに対する適用性についての検討概要、および検討結果の概略を示し、さらに土質試験から定まらないパラメータの設定法について示す。

#### 4. 感度解析

既に述べたように、FLIPを用いて液状化解析を行うには、通常の土質試験から求まらないパラメータを幾つか与える必要がある。これらのパラメータの設定法<sup>3)</sup>に関しては、運輸省港湾技術研究所より、簡易パラメータ設定法として示されているが、これらのパラメータが解析結果に及ぼす影響が大きいが予想されるため、数種の断面を対象に感度解析を実施し、土質試験から求まらないパラメータについて検討を加えた。

通常の土質試験から求まらないパラメータの基本的な特性を把握するため、次の二地点を対象とした感度解析<sup>4)-6)</sup>を実施した。

- (a) 釧路港岸壁被災データを用いた一次元感度解析 (1993年釧路沖地震)
- (b) 六甲アイランドRF3岸壁被災データを用いた二次元感度解析 (1995年兵庫県南部地震)

各解析対象地盤近傍においては鉛直アレー地震観測網が設置されており(六甲アイランドRF3岸壁では、ポートアイランド鉛直アレー観測網観測記録)それぞれの基盤面付近で観測された地震動を入力波形として採用し、応答解析を実施した。解析に用いた主なパラメータを表-2に示す。これらのパラメータをケース毎に変更し、各パラメータが解析結果に及ぼす影響を検討した。

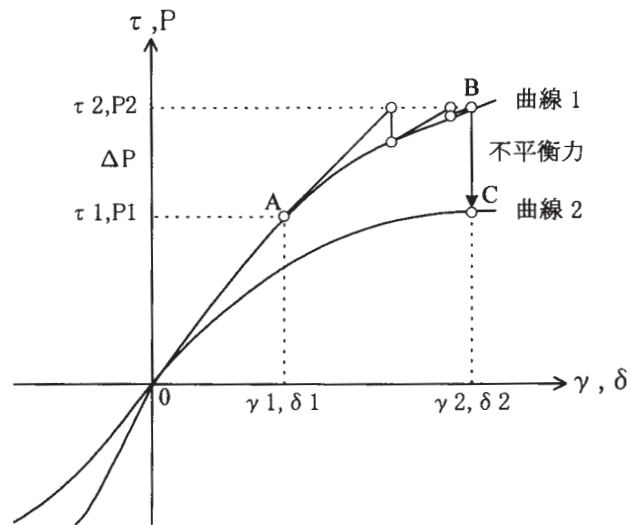


図-4 不平衡力の発生の模式図

#### (1) 検討概要

表-2 感度解析で用いたパラメーター一覧

パラメータ種別	パラメータ	パラメータ値
要素積分法	要素積分の方法	積分次数 1×1, 2×2, 3×3, SRI1/2, SRI2/3
置換砂・基礎捨石の物性	1.置換砂の初期せん断剛性 $G_0$ 2.置換砂のせん断抵抗角 $\phi_r$ 3.基礎捨石の初期せん断剛性 $G_0$ 4.基礎捨石のせん断抵抗角 $\phi_r$	基本モデル, ±10%, ±20% 基本モデル, ±10%, ±20% 基本モデル, ±10%, ±20% 基本モデル, ±10%, ±20%
レーレー減衰パラメータ $\beta$ の算定	1.FLIP 一次元解析による方法 2.一次固有周期を用いた方法 3.SHAKE との比較による方法.	—
一次元地震応答解析	1.時間間隔 $\Delta t$ 2.時間積分手法 3.減衰パラメータ $\beta$	0.01 秒, 0.005 秒, 0.001 秒 Wilson $\theta$ 法, Newmark 法( $\alpha=0.25, \beta=0.5$ ) 0.01, 0.005, 0.002, 0.001, 0.0005, 0.0001
二次元地震応答解析	1.時間間隔 $\Delta t$ 2.時間積分手法 3.減衰パラメータ $\beta$	0.01 秒, 0.005 秒 Wilson $\theta$ 法, Newmark 法( $\alpha=0.25, \beta=0.5$ ) 0.01, 0.005, 0.002, 0.001, 0.0005

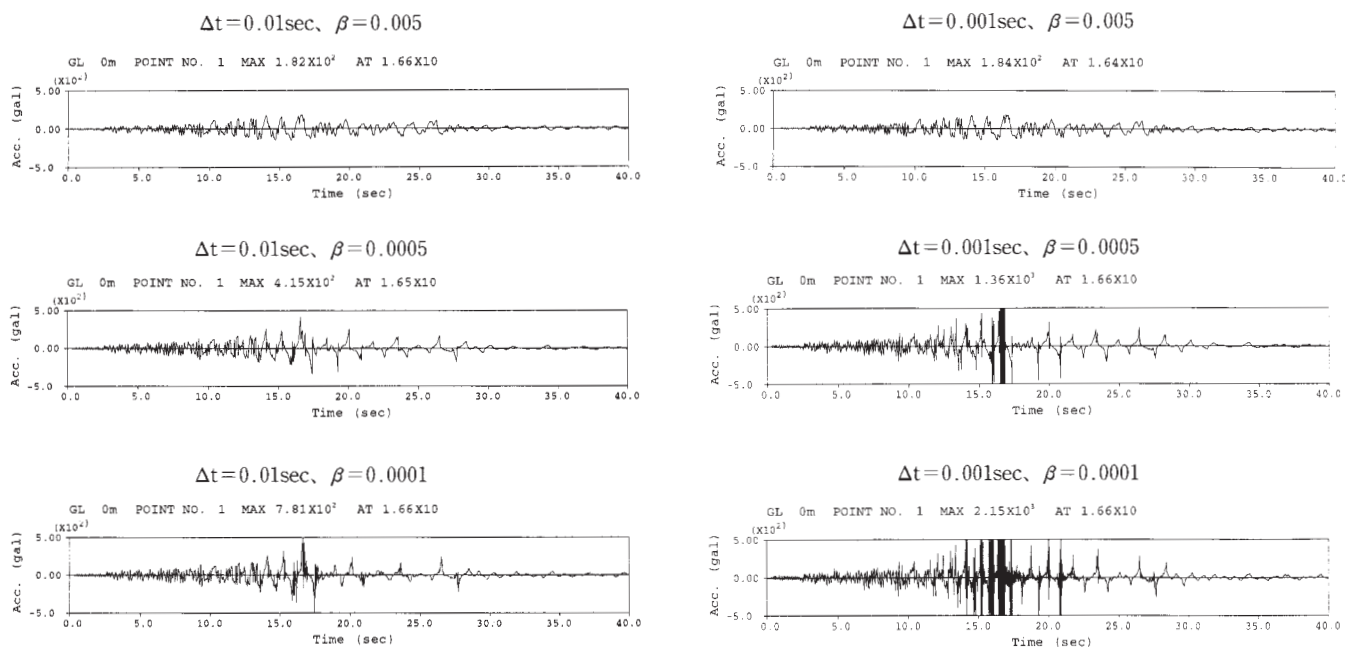


図 - 3 釧路港岸壁一次元感度解析結果（地表面加速度時刻歴）

表 - 3 感度解析結果概要一覧

パラメータ種別	感度解析結果およびパラメータ設定法
要素積分法	1×1、SRI1/2 において実測値との整合性が良いが、1×1 の場合、不自然なアウグラスモード(付録 1)が発生する場合があります。また一次元の場合では積分次数が不足する。従って、地下水面以下の 4 節点マルチスプリング要素の要素積分方法としては SRI1/2 が良い。
置換砂・基礎捨石の物性	過剰間隙水圧の上昇を考慮する解析を行う場合、せん断抵抗角および初期せん断剛性が大きいほど、危険側の解析結果となる傾向にある。また、ケーソンの残留水平変位量に及ぼす影響は、せん断抵抗角によるものが大きく、せん断抵抗角の設定については特に慎重に行う必要がある。
βの算定	1. 地表面における最大相対変位が収束するβを採用する方法 2. 一次固有周期 T <sub>G</sub> との比較により決定する方法 (β=hT <sub>G</sub> /π : 減衰定数 h=1%) 3. SHAKE による一次元地震応答解析を行い、解析結果を比較し決定する方法があり、原理的にはほぼ同等である。
一次元地震応答解析	β、Δt については小さいほど実現象に近い解析が可能であるが、必要以上に小さく設定すると、地表面加速度応答波形にスパイク状のピークが発生し最大値が過大に評価されるため、β、Δtともにスパイク状のピークが発生しない程度に小さく設定する必要がある。また時間積分手法については、応答、収束性ともに同等の結果が得られたが、高振動数領域で選択的に減衰の効く Wilson θ法を推奨する。
二次元地震応答解析	基本的には一次元解析と同様な傾向を示すが、二次元解析におけるβは解析の安定化だけでなく物理的意味を持つと考えられるため、他の要因（間隙水の体積剛性等）を考慮して決定する必要がある。

(2) 検討結果

六甲アイランド二次元感度解析結果の概要を表 - 3 に示す。また、図 - 3 に釧路港におけるレーレー減衰パラメータ および積分時間間隔 tの一次元感度解析結果を示す。これより、βが小さくなるほど、また tが小さくなるほど、加速度時刻歴応答波形にスパイク状のピークが発生し、最大応答加速度に大きく影響を及ぼすことがわかる。これは各積分時間毎に同一の応力 - 歪曲線を適用し、非線形反復計算を行うFLIPの時間積分手法に起因するものである。具体的には図 - 4 と以下に示す通りであり、

- (a) 同一時間刻みでの非線形反復計算が収束後、応力歪曲線を移り変わる際に不平衡力が発生する (A B C)。
  - (b) 発生した不平衡力を解消するため、変位増分が発生する。
- つまり、スパイク状のピークの直接の発生原因は、積分時間間隔 tの二乗に反比例する変位増分の発生によるものである。
- また、表 - 3 に示す通り、他のパラメータ(要素積分法、時間積分手法等)についても解析結果に及ぼす影響が明らか

かとなった。しかし、その影響の程度は、 $t$ と比較して小さいこと、また、要素積分法としてはSRI 1/2、数値積分手法としてはWilson 法等、選択すべき手法が明確に示されていることより、後述するパラメータ設定法においてはレーレー減衰パラメータ および積分時間間隔  $t$  についてのみ報告する。

### 5. 解析モデルの適用性に関する検討

FLIPによる液状化検討に用いる各種構造物のモデル化の検討を行うことを目的に、以下に示す盛土構造物、SCP改良地盤等の構造物を対象とした感度解析を実施した。

- (a) 盛土構造物(実地震により被災を受けた実盛土構造物)
- (b) 盛土構造物(動的遠心载荷模型実験を対象としたモデル)
- (c) SCP改良地盤

ここでは(a)の実地震により被災を受けた盛土構造物を対象とした検討について、その検討概要および検討結果を報告する。

#### (1) 実地震により被災を受けた盛土構造物を対象とした感度解析検討概要

解析対象とした盛土構造物は、1993年北海道南西沖地震で被災した後志利別川の河川堤防の2地点<sup>7)</sup>(図-5)である。この2地点(No.1サイト、No.2サイト)は500m程度しか離れていないにもかかわらず、No.1サイトでは沈下量約2.7m、No.2サイトにおいては沈下量はほとんど認められず、被災量に大きな隔たりが見られた。本解析では、FLIPを用いて各サイトの被災状況を定性的あるいは定量的にどの程度まで評価できるかを目的とした。

なお、本検討で対象とした断面は松尾ら(1998<sup>7)</sup>)によってLIQCAで解析された断面と同一である。

#### (2) 感度解析結果

FLIPによる解析結果を図-6および図-7に示す。両結果と図-5を比較すると、各サイトの被災状況は定性的には評価できていることがわかる。しかし、No.1サイトの沈下量においては1.3m程度の差異があり、定量的には

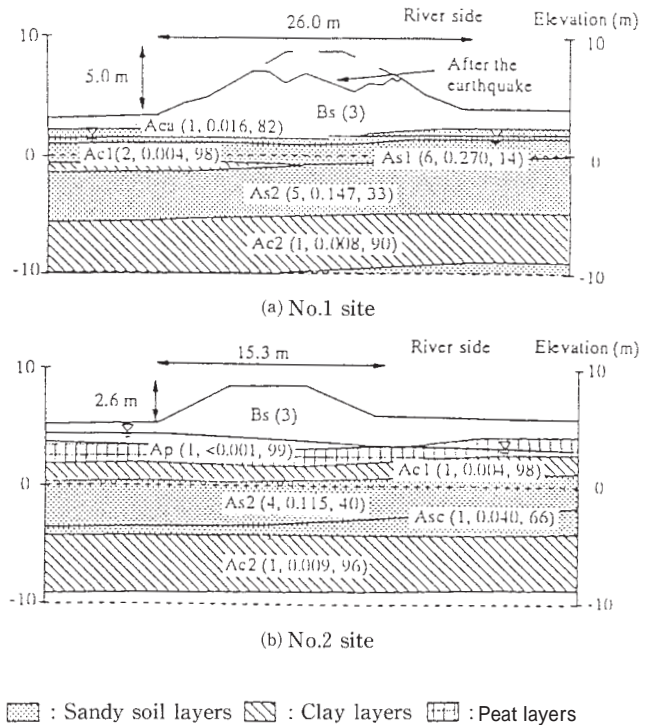


図-5 後志利別川河川堤防断面図

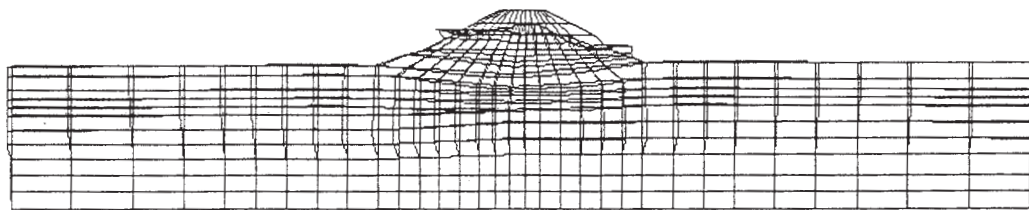


図-6 No.1サイトの残留変形図(堤体天端中央は142cmの沈下)

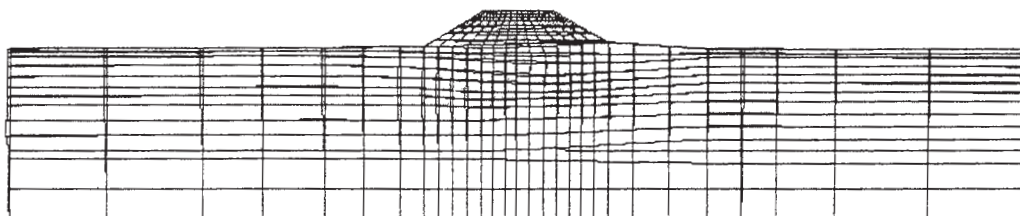


図-7 No.2サイトの残留変形図(堤体天端中央は29cmの沈下)

被災状況に整合した沈下量は再現されていない。

次に、レーレー減衰パラメータについて感度解析を行った。解析結果を図-8に示す。レーレー減衰パラメータの影響が非常に敏感に沈下量に現れていることがわかる。

この結果を見ると、 $\alpha$ の値によっては解析が破綻する例が見られたが、本解析において飽和層のみに適用しているSRI法を、不飽和層である盛土部分にも適用することにより、解析の破綻を回避し、比較的安定した解を得ることができることを確認している。これは、盛土モデル特有の台形や三角形等の変形的な要素において、特定の積分点にしわ寄せが起りテンションが生じることを選択低減積分を適用して回避することにより、解析が破綻せず安定した解が求まるものである。

一方、同時に実施した側方固定条件の動的遠心荷重模型実験を対象としたモデル<sup>9)</sup>を用いた検討においては、定性的ならびに定量的に現象を再現できている。これを踏えると、実地震により被災を受けた盛土構造物を解析する場合、境界条件を適切にモデル化する必要があると考えられる。また、FLIPで保証される歪レベルがせいぜい数%程度であることから、盛土の被災状況が大変形の領域にある(例えば、実現象において盛土斜面が崩壊している場合等)場合には、現行のFLIPが適用可能かどうかを含め、モデル化、パラメータの設定に際して慎重に検討する必要がある。

## 6. レーレー減衰パラメータの設定法

感度解析結果に基づくと、土質試験から求まらないパラメータの中でも、レーレー減衰パラメータと積分時間間隔 $\Delta t$ が解析結果に及ぼす影響が大きい。しかし、積分時間間隔が応答値に与える影響は、 $\alpha$ を用いて適度に抑制可能であること、また、一つの時間のステップの中で土骨格曲線を更新することにより、スパイク状のピークが多発する現象を回避できることが報告されている<sup>9)</sup>。

そこで本章では、レーレー減衰パラメータの役割として「動的解析における数値解析的な安定性を高めている。FLIPの解析においてはあくまでも便宜的に用いているものであり、実用上なるべく小さな値を用いることが望ましい」とされていることを念頭に置き、解析結果に及ぼす影響が最も大きいレーレー減衰パラメータの現在提案されている設定方法について報告する。

### (1) 標準的な算定法

の算定法としてもっとも標準的な方法は、解析対象とする地盤・構造物系と類似する既往の地震被害事例において、解析結果と現象が適合するような $\alpha$ を算定し、解析対象モデルの適正值とする方法である。これが最も信頼性の

高い $\alpha$ の値を与えるが、実務においてはこのような標準ケースに適合することは極めて希であり、実務における $\alpha$ の算定方法としては、以下に述べる(2)~(4)の何れかを選択せざるを得ない。

### (2) 観測加速度時刻歴波形を用いた方法

本手法は、基盤面における入力地震動と地表面における応答加速度の時刻歴が観測されている場合に適用可能な手法である。具体的には自由地盤において $\alpha$ を0.01~0.0001程度までの範囲で変化させた一次元地震応答解析を行い、地表面で観測された加速度時刻歴と比較し、最も整合する波形および最大加速度値を与える $\alpha$ を適正值として採用する。

### (3) 自由地盤部の地表面最大相対変位を用いた方法

(1)と同様に、数種類の $\alpha$ を用いて一次元地震応答解析を行い、地表面の最大相対変位が収束する傾向が現れる値を解析に用いる $\alpha$ とするものである(図-9(a))。

前述したように、レーレー減衰パラメータ $\alpha$ は数値的安定性を高めるために用いられる便宜的な数値であり、できるだけ小さい値を用いて変位等の応答に $\alpha$ が影響しないことが望ましいとされる。これより、 $\alpha$ に関してパラメータスタディを実施し、 $\alpha$ をより小さくしても変位等の応答がそれ以上変動しないような臨界点が存在する場合には、その臨界値を $\alpha$ の値として採用するものである。

本方法で求めた $\alpha$ を使用することにより、解析の安定性が保証されるものであるが、全てのモデルにおいて地表面の最大相対変位が収束するとは限らない(図-9(b))。

### (4) 一次固有周期を用いた方法

自由地盤を対象に、一次固有周期 $T_g$ を道路橋示方書に基づき算定する。さらに微小ひずみ時の地盤の減衰定数 $h$ (1%程度)、一次固有周期 $T_g$ およびレーレー減衰パラメータ $\alpha$ の関係( $\alpha = h \cdot T_g^2$ )より $\alpha$ を算定する。

その他にもSHAKEを用いた一次元地震応答解析結果との整合を図る方法等、幾つかの $\alpha$ の算出法について検討されている。

FLIP研究会の見解としては、何れの手法も原理的には同等であるが、解析の安定性を重要視する場合、(3)自由地盤部の地表面最大相対変位を用いた方法を推奨している。(3)の方法を用い、地表面最大相対変位が収束せずを決定できない場合には、(2)または(4)を用いて決定するか、実際の解析対象断面において数種類の $\alpha$ の値を用いて地震応答解析を実施し、解析が安定する範囲内で最も小さい $\alpha$ を取ることにしている。

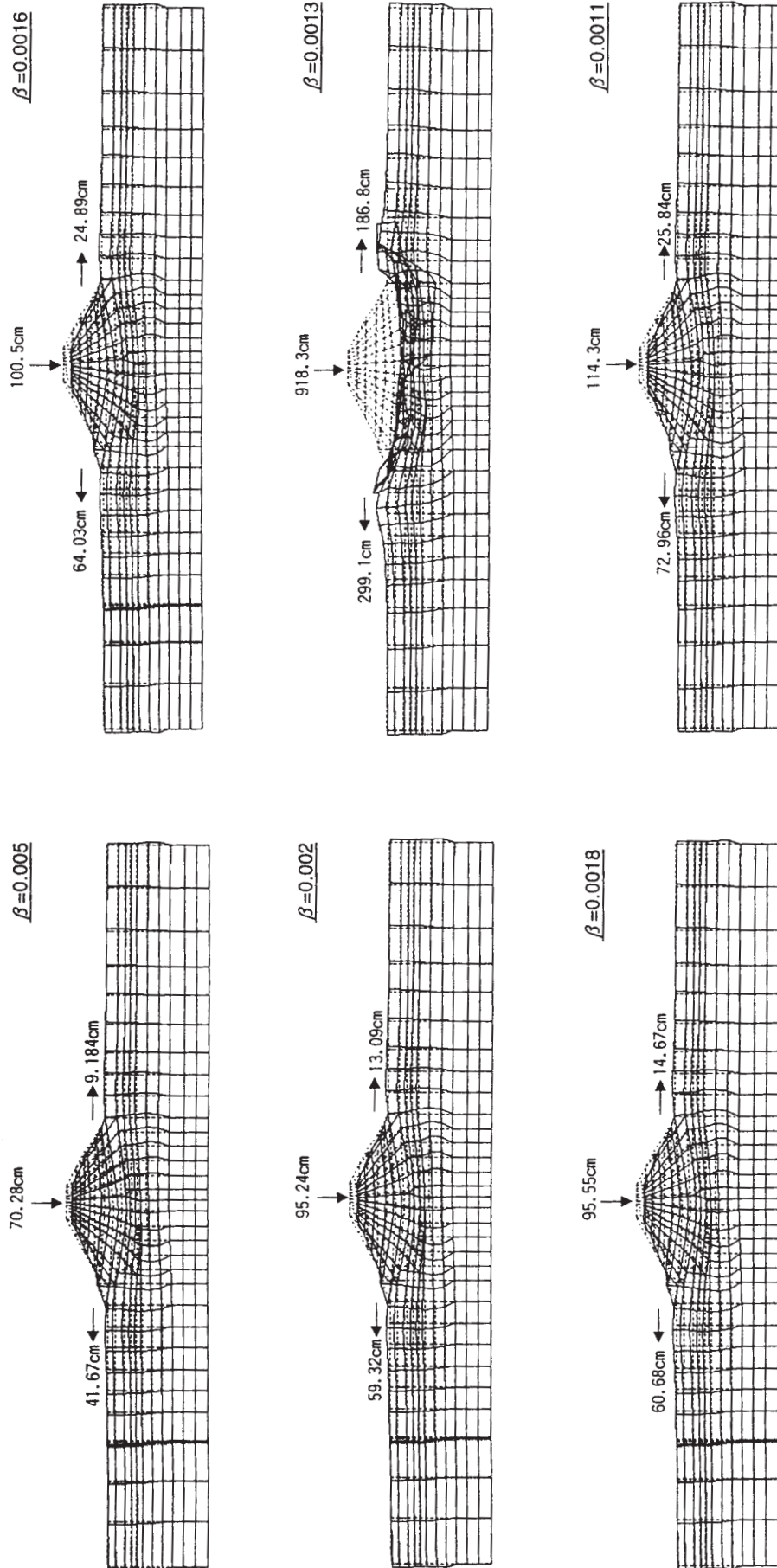


図-8 レーレー減衰パラメータの違いによる残留変形図

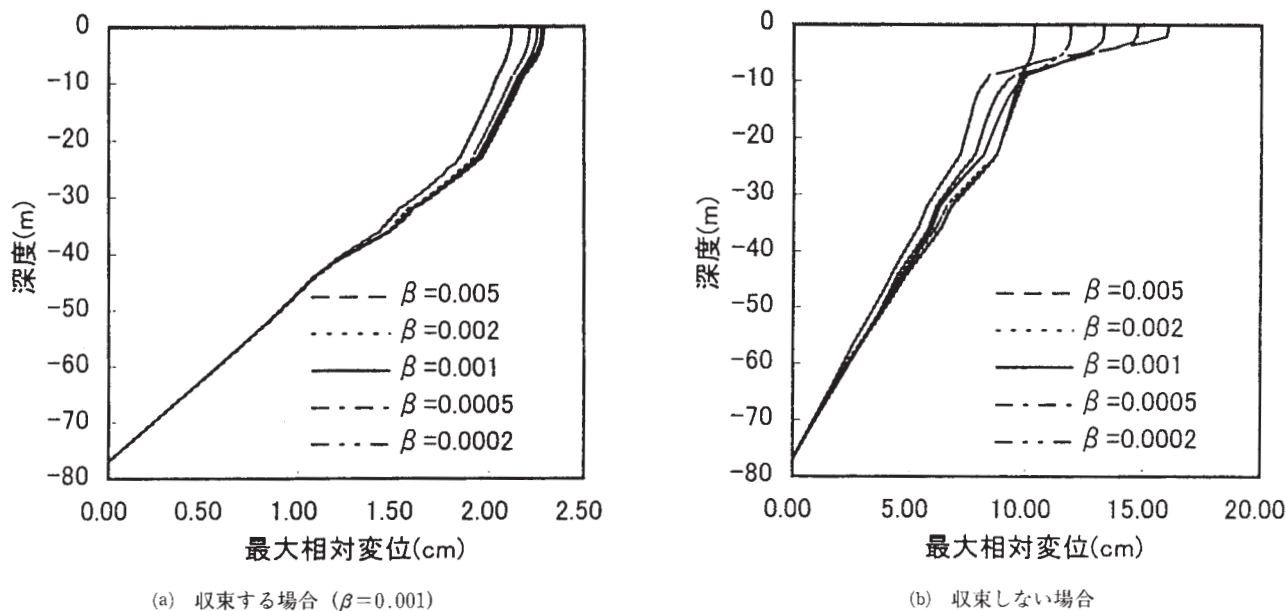


図-9 自由地盤部の地表面最大相対変位を用いた方法

## 7. 今後の開発方針

本年度（平成11年度）は平成9年度より3ヶ年の予定で発足したFLIP研究会の最終年度にあたる。そのため、整備が必要なプログラム機能やFLIPの解析を行う上で究明すべき研究テーマについて漏れの無いよう配慮し、以下のような活動方針を立てている。

### (1) 改良・機能拡張

現時点（平成11年8月）での機能は、表-1に記述した通りである。本年度は昨年度からの継続とせず、

- ・ 非線形はり要素の導入（トリリニアモデル）
- ・ 非線形ばね要素の導入（トリリニアモデル）

を実施し、また新規に、

- ・ 大変形を考慮した解析法の導入
- ・ 側方粘性境界の改善
- ・ 築堤・掘削解析の充実・導入

を実施し、さらにFLIPSIM、FLIPGEN等の入出力システムの充実も引き続き実施する予定である。

### (2) 高度利用技術の研究

平成10年度に初期自重解析における築堤解析（2段階解析）を導入した。初期自重の荷重方法により解析結果が大きく左右されると考えられる矢板式護岸のモデル化の検討を行う。

また、平行して重力式岸壁における基礎捨石のモデル化の検討も実施する予定である。

## 8. まとめ

本報告はFLIP研究会企画委員会が平成9年度から平成10年度にかけての2年間で行った研究<sup>9)~11)</sup>を、当社が担当した部分を中心にまとめたものである。その内容は、

- 有効応力解析に基づく液状化解析プログラムFLIPの概要
- FLIP研究会活動概要
- 通常の土質試験より定まらないパラメータの設定方法

であり、特に(c)では解析結果に大きく影響を及ぼし、その値に非常に敏感であるレーレー減衰パラメータの算定法について詳細に述べた。

なお、上述した通り本報告はFLIP研究会における共同研究成果よりまとめたものである。関係各位に謝意を表す。

### 付録1 アワグラスモードについて

液状化シミュレーション等において、要素積分法として低減積分を適用し有限要素法解析を行った際に不具合が生じる現象。選択低減積分（SRI法）を適用することによりこの現象は回避できることが知られている。

具体的には、4節要素の固有変形モードにおいて、その固有値が0でなく、不均一な変形をするモードをアワグラスモードと呼ぶ。アワグラスモードが発生すると、有限要素解は変形を正確に評価することが出来ないとされている。詳細については、文献12)、13)を参照のこと。



## 参考文献

- 1) Tohata, I. Ishihara, K., Modelling Soil behaviour under principal stress axes rotation, Proc. 5 International conference on numerical methods in geomechanics, Nagoya, pp.523-530, April, 1985
- 2) 井合 進: 液状化の二次元有効応力解析において破綻しないための工夫をした一つのモデル、土木学会第43回年次学術講演会、3部、pp.418-419、昭和63年10月
- 3) 森田年一、井合 進、Liu Hanlong、一井康二、佐藤幸博: 液状化による構造物被害予測プログラムFLIPにおいて必要な各種パラメータの簡易設定法、港湾技研資料、1997.3
- 4) 小堤 治、井合 進、岡 由剛: 一次元有効応力解析のパラメータ感度解析、第25回地震工学研究発表会講演論文集、pp.337-340、1999.7
- 5) 岡 由剛、井合 進、小堤 治: 二次元有効応力解析のパラメータ感度解析(その1)、第25回地震工学研究発表会講演論文集、pp.341-344、1999.7
- 6) 井合 進、小堤 治、岡 由剛: 二次元有効応力解析のパラメータ感度解析(その2)、第25回地震工学研究発表会講演論文集、pp.345-348、1999.7
- 7) 松尾、島津、渦岡、三原: 北海道南西沖地震で被災した河川堤防の変形量に関する解析的考察、第10回日本地震工学シンポジウム、1998.11
- 8) Koseki, Koga, Takahashi: Liquefaction of Sandy Ground and Settlement of Embankment, Proc. of International Conference CENTRIFUGE 1994, pp.215-220, 1994
- 9) 靴沿岸開発技術センター、(株)日本科学技術研修所: 平成9年度FLIP研究会の主な成果、平成10年4月
- 10) (財)FLIP研究会企画委員会盛土作業部会: 盛土構造物のモデル化に関する検討報告書、平成11年7月
- 11) FLIP研究会企画委員会SCP作業部会: SCP改良地盤のモデル化に関する検討報告書、平成11年7月
- 12) F. Molenkamp, D. J. Kidger, I. M. Smith: Accuracy of Four-node Standard Finite Element, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.16, pp.323-333, 1992
- 13) 郭 智宏、渡辺 修: 8節点要素を用いた動的弾塑性大変形三次元解析のアウグラスモードの抑制、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、第19巻、平成7年7月