# 全圧 3 次元モデルによる橋脚まわりの流れおよび局所洗掘の数値解析 NUMERICAL SOLUTION OF LOCAL FLOW AND SCOURING AROUND BRIDGE PIER BY A 3D MODEL

金 海生\* Haisheng JIN

In order to evaluate local flow and scouring around a bridge pier, a completely three-dimensional numerical model, based on a boundary-fitted orthogonal curvilinear coordinate system, was developed. The model solves 3-D Reynolds' equations and a bed load conservation equation. The model was applied to simulate local flow and scouring around a bridge pier in a large natural river. The pier consisted of six cylindrical piles, each with a diameter of 10m. Computation for 5 days of flood condition for a flood of 100 years' recurrence interval was carried out to predict the maximum local scouring depth. The predicted local scouring depth was 14.02m, which is about 1.4 times of the pile diameter. This scour depth is consistent with those reported in the literature. Furthermore, it is confirmed that compared with flow around a single pile, there are some special characteristics of local flow and scouring around grouped piles.

*Key Words: local flow, local scouring, bed load, bridge pier, three-dimensional simulation, orthogonal curvilinear coordinates, sigma tranformation.* 

# 1. はじめに

橋脚は流水による力を受け、同時に、橋脚が直接的に上、 下流の流況と河床変動に影響を与える。さらに、橋脚の周り の流況と河床変動もその変化の影響を受ける。これらの影響 は水路の平面形状、水深、幅、流速、橋脚の幅および端部 形状などに依存する。近年の橋梁の大型化や橋脚数の増加 に伴って橋脚が流れや河床変動に与える影響は大きなものと なってきている。中川らは、昭和 57 年 8 月の台風 10 号と昭 和 58 年 8 月の豪雨による近畿地方での全 69 件の橋梁災害 の調査を行った。その結果、局所洗掘と流体力との複合を含 めると、局所洗掘による橋梁災害は全体の約 70%、一方、流 体力によるものは 22%であり、この 2 つが橋梁災害の主原因 と考えられる<sup>1)</sup>。

橋脚まわりの流れは静水圧からの圧力偏差、擾乱の影響 などにより、前面では Bow Wave の形成、下降流の発生、後 流領域では渦や乱れが生じる。また、その流れの特徴に関連 して、橋脚周辺の河床変動には局所的な特徴、いわゆる局 所洗掘が現れる(図-1)<sup>2)</sup>。局所洗掘を評価する場合、現在 のところ模型実験が最も信頼できる推定方法であるが、コスト 等の問題もあり、実施される頻度は多くないのが実態である。 橋脚まわりの洗掘について高精度の数値シミュレーションが 可能となれば、模型実験と数値シミュレーションは互いに補完

\* 中央研究所 総合技術開発部

し合い、橋脚が設置された河道の河床変動を比較的容易に かつ精度よく推定することが可能となる。したがって、局所洗 掘を推定するための適切な数値シミュレーション技術を開発 することは重要な課題である。



図-1 橋脚近傍流れおよび局所洗掘のイメージ

水深平均の平面2次元浅水流モデルでは、橋脚が流れ全体に与える影響(橋脚による上流水位のせきあげ、河岸および下流流向に及ぼす影響など)を予測することができるが、橋脚まわりの局所洗掘の予測に対しては限界があると思われる。本研究では、橋脚まわりの局所洗掘を予測するため、全 圧3次元流れおよび河床変動解析技術—NKhydro3Dモデ

ルを開発した。複雑な実河川に設置される橋脚を対象とし、 境界適合直交曲線座標系に基づいて解析モデルを構築し た。このモデルを用いて、ある大河川に設置される複数の円 柱パイル(直径 10mのパイルが6本)を組んだ橋脚周辺の流 れおよび掃流砂のみを考慮した局所洗掘のシミュレーション を行った。

## 2. 全圧 3 次元数値モデル

橋脚まわりの局所洗掘の数値予測については、今までのと ころ実用性の高い解析モデルはあまりないが、福岡らによって 静水圧近似に基づいて流砂運動の特徴を十分取り込むこと により、実用的な準3次元数値解析モデルが開発されている <sup>3)</sup>。しかし、前記のように橋脚まわりの流れは強い鉛直方向の 流れが発生するため、鉛直流速が小さいと仮定した静水圧近 似モデルでは局所洗掘解析への適用には問題があり、全圧 3次元モデルが望ましい。そこで、長田らが実験室スケールの 円柱まわりの流れと局所洗掘現象に対して3次元数値解析 モデルを提案している<sup>4)</sup>。Johnら<sup>5)</sup>は市販の数値流体解析 アプリケーションで固定床における橋脚周辺の3次元流れ解 析を行っているが、膨大な計算時間を要し、実用性に問題が 残っている。

本研究では、実河川に設置される橋脚周辺の自由表面流 れの特徴をより精度よく、効率的に評価するために、境界適 合直交曲線座標系における全圧3次元数値解析モデルおよ び局所洗掘を予測するための河床変動モデルー NKhydro3Dを構築した。

## (1) 流れの支配方程式

NKhydro3D モデルでは、平面において構造物、中洲境 界、河岸線などの任意境界に対して柔軟性がある境界適合 直交曲線座標系を用いる<sup>6)</sup>。鉛直方向においては、自由表 面および移動床などの自由移動境界が存在するため、下記 の sigma 座標を適用する<sup>7)</sup>。

$$\theta = \frac{z - Z_b}{h} \tag{1}$$

ここで、 $\theta$ は鉛直デカルト座標 zに対応した sigma 座標 値、 $h(=\zeta - Z_b)$ は水深、 $\zeta$ 、 $Z_b$ は水位、河床高である。し たがって、sigma座標における自由水面では $z = \zeta$ のため、 常に $\theta = 1$ 、河床面では $z = Z_b$ のため、常に $\theta = 0$ である。こ のような座標系を用いた解析モデルは、自由水面および河床 高の変動にも拘わらず、鉛直方向に計算層数が一定したまま で自由水面および移動床を容易に扱うことができる。

3次元レイノルズ方程式を流れの支配方程式とする。 <水の質量連続式>

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{g_{11}g_{22}} \left[ \frac{\partial (u^* h g_{22})}{\partial \xi} + \frac{\partial (v^* h g_{11})}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial w^*}{\partial \theta} = 0$$
(2)

<流れの運動量方程式> 平面*ξ*-方向:

$$\frac{1}{h}\frac{\partial nw}{\partial t} + \frac{1}{hg_{11}g_{22}}\left[\frac{\partial(g_{22}huw)}{\partial\xi} + \frac{\partial(g_{11}hvw)}{\partial\eta}\right] + \frac{\partial}{hg_{11}g_{22}}\left[\frac{\partial(g_{22}huw)}{\partial\xi} + \frac{\partial}{hg_{11}g_{22}}\left[\frac{\partial(g_{22}h\tau_{13})}{\partial\xi} + \frac{\partial(g_{11}h\tau_{23})}{\partial\eta}\right] + \frac{\partial\sigma_{3}}{h\partial\theta} - \frac{1}{hg_{11}g_{22}}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\frac{\partial(\partial g_{22}\tau_{13})}{\partial\theta} + \frac{\partial Z_{b}}{\partial\xi}\frac{\partial(g_{22}\tau_{13})}{\partial\theta} + \frac{\partial}{\partial\theta}\frac{\partial(g_{11}\tau_{23})}{\partial\theta}\right] + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\partial(\partial g_{11}\tau_{23})}{\partial\theta} + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\partial(g_{11}\tau_{23})}{\partial\theta} + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\partial(g_{11}\tau_{23})}{\partial\theta} + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\partial(g_{11}\tau_{23})}{\partial\theta}\right]$$

: ξ方向の流速(=<u>ux<sub>ξ</sub>+vy<sub>ξ</sub></u>) ここに、*u*\* :  $\eta$ 方向の流速(= $\frac{ux_{\eta}+vy_{\eta}}{ux_{\eta}+vy_{\eta}}$ )  $w^*$  : θ 方向の流速成分  $w^* = h \frac{d\theta}{dt} = w - \frac{\partial Z_b}{\partial t} - \frac{u^*}{g_{11}} \frac{\partial Z_b}{\partial \xi} - \frac{v^*}{g_{22}} \frac{\partial Z_b}{\partial \eta}$  $-\theta(\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{u^*}{g_{11}}\frac{\partial h}{\partial\xi} + \frac{v^*}{g_{22}}\frac{\partial h}{\partial\eta})$ : デカルト座標系におけるx方向の流速 u : デカルト座標系におけるy方向の流速 v : デカルト座標系における z 方向の流速 142 : 圧力 p :水深 $(=\zeta - Z_h)$ h ζ, Z<sub>b</sub> : 水位および河床高。解析格子点における 河床高は、対象区間の横断測量成果を 内挿して与える  $\sigma, \tau$ : 乱流応力を含む有効応力で、Boussinesq 近似に基づいて計算する。本研究では2 方程式 $k \sim \varepsilon$ 乱流モデルを用いる<sup>8)</sup>。 : 水の参考(平均)密度  $\rho_0$ : 重力加速度 g  $\xi, \eta$  : 直交曲線座標

- x, y, z : デカルト座標
  - g11,g22 : 座標変換における係数<sup>6)</sup>

$$\begin{array}{l} ( g_{11} = \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} \ , \ g_{22} = \sqrt{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \end{array} ) \\ \\ ( x_{\xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \ , \ x_{\eta} = \frac{\partial x}{\partial \eta} \ , \ y_{\xi} = \frac{\partial y}{\partial \xi} \ , \ y_{\eta} = \frac{\partial y}{\partial \eta} ) \end{array}$$

### (2) 河床変動に関する支配方程式

河床変動は流砂輸送によるものである。河床材料(砂)の 保存則に基づいて、河床変動を解析する。

$$\frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{1}{1 - \lambda} \frac{1}{g_{11}g_{22}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (g_{22}q_{s\xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (g_{11}q_{s\eta}) \right] = 0 \qquad (6)$$

ここに、λは河床材料の間隙率(砂の粒径、形状などに依存する)、*q*<sub>s</sub>は単位幅、単位時間あたりの体積流砂量である。本研究においては、現段階で掃流砂のみを考慮する。単位幅、単位時間あたりの体積掃流砂量およびその輸送方向は3次元全圧流れシミュレーションで得られた河床近傍の流向および局所的な河床勾配を考慮したうえで、芦田・道上式で計算する <sup>9)</sup>。この流砂量式は有効掃流力を考慮して掃流砂量を推算することとしている。

#### (3) 境界条件および初期条件

境界条件は、下流端に水位を与えた。上流端においては 流量を与えて、経験則の流速分布式にしたがって流速へ変 換することとした。河岸(河床面も同様)および橋脚側面境界 においては、その法線方向の流速をゼロとし、平行方向の速 度を壁面抵抗則に従って設定した。境界での流砂条件につ いては、上流端において掃流砂輸送を平衡給砂とし、側面の 法線方向では流砂量をゼロとした。

自由水面においては、運動学的な条件が満足されるよう に、自由水面の時間変化を求めることとした。

数値シミュレーションでは、初期条件を厳密に与えることが 極めて困難であるため、平面2次元モデル<sup>10)</sup>と同様に適当な 助走計算を行いかぎり、初期の境界条件に基づく流速、水位 などの初期値を設定した。

## (4) 解析スキーム

数値計算法においては、流速ベクトルと圧力および水位、 河床高を直交曲線座標系におけるスタッガード格子上(図-2)に配列し、有限体積積分陰型スキームに基づいて時間ス テップごとに前記流れおよび流砂連続の支配方程式を離散 化し、離散化した代数方程式を連立で解くことによる時間的 および空間的に変化する流速ベクトル、圧力、水位、流砂 量、河床高などの結果を得ることとした。

図 - 2で、 $\phi$ はスカラー変数(pなど)を指す。



図-2 空間的なスタッガード格子

#### 3. 適用

前記の解析モデル-NKhydro3Dを用いて、橋脚まわりの 流れおよび局所洗掘の解析を実施した。解析対象は川幅約 2km を有する大河川を渡る橋の主橋脚(直径 10mの円柱6 本からなる)である。全解析領域で3次元モデルを適用するこ とが望ましいが、3次元のシミュレーションはコンピュータースピ ードに制限されるため、はるかに解析時間を要する。本研究 では、3次元モデルを平面2次元モデルと組み合わせることに よって、解析時間を軽減するように工夫した。橋脚周りの流れ が強い3次元的な特性をもつため、橋脚近傍数百メートルの 領域に対して前記全圧3次元モデルを適用し、それ以外の 領域においては、水深平均の平面2次元モデル(実測データ で検証済み)10を用い、同時解析を実施することとした。

全解析領域は大橋センターラインから上、下流のそれぞれ 約 11km、5km にまでとした。全領域においては、約 30,000 の平面メッシュがある。橋脚近傍においては、解析メッシュを 細かく設置するように工夫した。図-3に、橋脚まわりの境界 適合直交曲線メッシュを示す。橋脚近傍の平均水深が約 17 mで、3 次元解析の鉛直方向計算層数を 17 層とした。橋脚 近傍の 3 次元計算用メッシュ数は約 64,000 である。

河床材料の粒径は 0.76mm である。解析条件である河川 流量を 100 年確率の洪水流量の 30,529m<sup>3</sup>/s、下流端水位 を 0.69m とした。この場合、下流端の水深は約 15.5m である。

シミュレーションは 5 日間 (120 時間)を継続した。 CPU667MHzのAlpha21264Aコンピューターで、解析は約 一週間がかかった。このようなシミュレーションでは、現時点 (2000年)で高性能コンピュータープラットフォームにおいても 相当な解析時間を要することが裏付けられた。

橋脚まわりの河床面および水面近傍流速の解析結果を図 -4および図-5に示す。接近流がわずかに左から斜め(円柱 群の縦軸に対して)に橋脚にあたることが判る。なお、流れの 全体像については、文献<sup>10</sup>を参照されたい。



図-3 ピア近傍の局所メッシュ

橋脚まわりの流れは、全般的に前面で左右に分かれる流 れと、後流領域で円柱両側面から流れの剥離、渦や乱れの 発生などの特徴を有する。一方、河床近傍の底面流は表面 流とかなり異なった特徴が現れている。最上流部にある円柱 まわりにおいて、河床近傍の流れの剥離領域は水面附近の ものよりひろく、橋脚前面の底面近傍には接近流れ方向と逆 転した流向が現れている。これらの流れ特徴は図-1のイメー ジと一致する。



図-4 橋脚まわりの河床近傍流速ベクトル



図-5 橋脚まわりの水面流速ベクトル

図-6~10に、それぞれの代表地点(位置を図-3に示す) での河床洗掘深の時間変化を示す。なお、図-6~10におい て河床洗掘深(Scour Depth)のマイナス値は河床が堆積と なっていることを表す。



-4

12

24

36

48

60

図-10 洗掘深の時間変化(<sup>+</sup>Df<sup>-</sup>)地点)

72

84

96

108

120 Time (hr.)

図-6~10の結果から、円柱群まわりの河床洗掘深は時間 変化率がだんだん小さくなり、最大洗掘深にまで達しつつあ ることが判った。河床洗掘開始後の約12時間で、円柱パイル 上流側の洗掘深が最大洗掘深(5日間)の約40%以上に達 した。5日間で、円柱パイル'A'、'B'、'C'の上流側にお いて最大河床洗掘深がそれぞれ約10.618m、13.01m、 14.02m であった。接近流れが少々左から斜め(円柱群の縦 軸に対して)に円柱パイル群にあたることおよび円柱の相互 影響によって、最大河床洗掘深が円柱パイル'C'の上流 側地点にあることとなった。

最大局所洗掘深の算定は、アメリカの Colorado State University (CSU) が次の計算式を提案している<sup>11)</sup>。

$$\frac{Z_s}{D} = 2.0(Fr)^{0.43} \left(\frac{h_0}{D}\right)^{0.35}$$
(7)

ここに、 $Z_s$ は最大局所洗掘深(m)、Dはピアの幅(m)、 $h_0$ は水深(m)、 $Fr (= U/\sqrt{gh_0}, U =$ 流速(m/s))はフルード 数である。シミュレーションによると、ピア位置の水深は約 17m である。ここでの対象ピアは直径 10mの円柱パイル6本で支 持される。パイル'A'(直径 D = 10m)まわりの最大流速は 約 2.6m/s、パイル'C'まわりの最大流速は約 3.1m/s である から、式(7)で単純に計算すると、最大局所洗掘深はそれぞ れ約 1.2D(=12m)、1.3D(=13m)となる。複数円柱パイル の相互影響および接近流れの方向角度を考慮すれば、本研 究での最大局所洗掘深の解析結果は既往の研究成果と一 致していることが判る。

図-6~10 によると、円柱パイル群まわりの局所洗掘の基本特徴は単円柱のものと一致するが、特別な河床洗掘特徴を有する。河床洗掘の初期段階(最初の約6時間内)では、 それぞれ単円柱まわりの河床洗掘特徴を呈する。各円柱パイルの上流側においては河床が焼擂され、その下流側においては河床が洗掘され、その下流側においては河床が堆積となったことが判った。河床洗掘の進行に連れて、各円柱パイルの相互影響が現れた。円柱パイル'F' (最下流側にあるパイル)の下流側を除く地点では、河床変動が洗掘に転じた。円柱パイルの相互影響が現れた。円柱パイル'F' (最下流側にあるパイル)の下流側を除く地点では、河床変動が洗掘に転じた。円柱パイル 'A'、'B'、'C'の下流側 の最大洗掘深(5日間)はそれぞれ7.32m、6.30m、7.16m にまで達したが、円柱パイル'D'、'E'の下流側の最大洗 掘深(5日間)は上流側円柱パイルの遮蔽により、それぞれ 1.73m、2.96m にとどまった。円柱パイル'F'の下流側にお いては約1.57mの堆積であった。 接近流れが少々左から斜め(円柱群の縦軸に対して、図ー 4、5 を参照)に円柱パイル群にあたるため、直接あたる側(左 側)のパイルまわりにおいては流れの集中、河床変動や水面 変動などがはるかに著しいが、背水側のパイルまわりにおいて は前面パイルの遮蔽作用により小さくなる。

上流側円柱パイルの遮蔽により、最下流にあるパイル'F'のまわりにおいて河床の洗掘が小さくなった。円柱パイル 'D'、'E'まわりの河床洗掘はパイル'F'のものより大きい ものの、最大洗掘深(5 日間)は上流側円柱パイルの遮蔽に よって抑えられたことが判った。反面、上流側にある円柱パイ ルのまわりにおいて河床の洗掘がより激しくなった。円柱パイ ルの側面でパイル群の外側において、河床の最大洗掘深(5 日間)がパイル群の内側での最大洗掘深よりも大きくなってい る。円柱パイル'C'の左側(パイル群の外側)での最大洗掘 深(約 11.07m)は右側(内側)でのもの(10.94m)より大きく、 円柱パイル'B'の右側(外側)での最大洗掘深(約 9.98m) も左側(内側)でのもの(9.62m)より大きくなっている。

図-11に、120時間(5日間)後の河床高変化量(初期河 床高からの変化)コンターを示す。河床高変化量コンターのマ イナス値は河床洗掘を表し、そのプラス値は河床堆積を意味 する。円柱パイル'C'のまわりでは河床が激しい洗掘を受け た。ピア(円柱パイル群)から離れた地点においては、河床変 動が小さかった。

図-12、13 は、代表的な縦、横断面(その位置は図-3を 参照)における流速ベクトルの一部である。図-12の縦断面 における流速ベクトル結果によると、パイル前面の水面附近の Bow Wave、そして鉛直上向きの流れ、また、下部での下降 流などが合理的に評価されている。これは図-1に示した円 柱近傍の局所的な流れの特徴と一致する。下降流の流速は 接近流速の約 30%に達し、実験室での実験結果と整合す る。円柱パイル近傍の下部では逆流が生じた。図-13の横断 面における流速ベクトル結果から、河床面では円柱パイルか ら離れる流れの生じたことが判る。これは局所的な河床変動 特徴に繋がると考えられる。

前記に対応する代表的な一部の縦、横断面における静水 圧からの圧力偏差( $p_d/\rho g$ 、単位: cm)を図-14、15 に示 す。前記の流れの流速特徴はこの圧力偏差の結果と一致す る。円柱パイルの上流側では下部の圧力が上部の圧力より低 く、両側では逆に下部の圧力が上部のものより高くなってい る。この傾向は河床洗掘の進行に伴ってさらに増加した。



図-11 120時間後の河床高変化量コンター(マイナス=河床洗掘、プラス=河床堆積)



(b) Section T2-T2図-13 代表的な横断面における流速ベクトル



(a) Profile L1-L1



(b) Profile L2-L2図-14 代表的な縦断面における圧力偏差コンター





(a) Section T1-T1



(b) Section T2-T2図-15 代表的な横断面における圧力偏差コンター

#### 4. おわりに

橋脚まわりの局所洗掘を予測するため、境界適合直交曲 線座標系に基づいて全圧 3 次元流れおよび河床変動解析 技術-NKhydro3Dモデルを開発し、大河川に設置される複 数の円柱パイル(直径 10mのパイルが6本)を組んだ橋脚周 辺の流れおよび掃流砂のみを考慮した局所洗掘のシミュレー ションを行った。100年確率の洪水が5日間継続することを想 定して計算した結果、円柱パイル群まわりの河床洗掘が最大 洗掘深にまで達しつつあることが判った。河床洗掘開始後の 約 12 時間で、円柱パイル上流側の洗掘深が最大洗掘深(5 日間)の約 40%以上に達した。5 日間で最大河床洗掘深が 14.02m(円柱パイル直径 10mの約 1.4 倍)となった。複数円 柱パイルの相互影響および接近流れの方向角度を考慮すれ ば、この結果は既往の研究成果と一致していることが判った。 また、本モデルによる局所流れの流速分布および静水圧から の圧力偏差なども合理的に評価された。 円柱パイル群まわりの局所洗掘の基本特徴は単円柱のも のと一致するが、特別な河床洗掘特徴を有する。接近流れが 少々左から斜め(円柱群の縦軸に対して)に円柱パイル群に あたるため、直接あたる側のパイルまわりにおいては流れの集 中や河床変動などがはるかに著しい。背水側のパイルまわり においては前面パイルの遮蔽作用により小さくなる。

最大局所洗掘深の予測では、流砂の非平衡輸送現象の 影響が限定的であると思われる。しかし、橋脚まわりの流れは 強い 3 次元性を有するため、場合によっては、局所洗掘過程 などの予測に流砂の非平衡現象を考える必要がある。これは 今後の課題となる。

また、NKhydro3D モデルは全圧 3 次元モデルであるため、一般的な局所流れおよび局所洗掘問題に対して有効であると考えられるが、モデルの適用条件・範囲を明示するために詳細な検討が必要である。

#### 参考文献

- 河川構造物災害調査研究会:河川構造物の被災形態とその事例集、 1987
- Raudkivi, A.J.: Loose Boundary Hydraulics, Pergamon Press, 1990
- 3) 福岡捷二、富田邦裕、堀田哲夫、宮川朝浩:橋脚まわりの局所洗掘推 定のための実用的数値シミュレーションの開発、土木学会論文集、 No.497/II-28, 1994
- 長田信寿、細田尚、中藤達昭、村本嘉雄:円柱周りの流れと局所洗掘 現象の3次元数値解析、水工学論文集、Vol.45、2001
- John, E.R., and Vijay, G.P.: Three-dimensional Simulation of Scour-inducing Flow at Bridge Piers, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 124(5), 1998
- Thompson, Joe F., et al: Numerical Grid Generation foundations and applications, Elsevier Science Publishing Co., Inc., New York, 1985
- 金 海生、江頭進治、劉 炳義: Modification of k-ε Turbulence Closure and its Application to Meandering Compound Channel Flow, 水工学論文集、Vol.42、1998
- 8) Rodi, W.: Turbulence models and their application in hydraulics, IAHR Publication, DELFT, The Netherlands, 1980
- (道上正規:混合砂礫床の河床変動に関する研究、京大防災 研究所年報、No.14(B)、1971
- 金 海生:感潮河川流れの平面 2 次元数値シミュレーション、日本工営技 術情報、No.21、2001
- 11) Chang, Howard H.: Fluvial Processes in River Engineering, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, USA, 1992